GOBIERNO DEL ESTADO DE
BAJA CALIFORNIA SUR

IEEA
BAJA CALIFORNIA SUR
INSTITUTO ESTATAL DE EDUCACIÓN PARA ADULTOS

PENSAMIENTO MATEMÁTICO 5

Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA

GUÍA DE APRENDIZAJE

COORDINACIÓN DE ZONA 0303 LA PAZ I
IEEA. BCS
ELABORÓ: ANAIS VALDEZ MUÑOZ
Mayo 2024

Propósito

El propósito de esta guía es proporcionar las herramientas y el apoyo necesario para desarrollar habilidades sólidas en pensamiento matemático 5. A través de actividades y ejercicios, esta guía busca fomentar la confianza y el dominio en conceptos fundamentales de matemáticas, permitiendo a los educandos aplicar estas habilidades en su vida diaria y en su continuo proceso de aprendizaje.

Esta guía se elaboró en el área de formación de la Coordinación de zona 03 La Paz I; por la formadora Anais Valdez.

Las matemáticas no son solo números y fórmulas, son el lenguaje universal que nos permite comprender el mundo que nos rodea. Dominarlas no solo fortalece nuestra capacidad de resolver problemas, sino que también nos brinda las herramientas para explorar nuevas ideas y descubrimientos.

Las matemáticas pueden parecer desafiantes al principio, pero cada problema resuelto es un paso más cerca de dominarlas. Con paciencia, práctica y una actitud positiva, descubrirás que las matemáticas son una aventura fascinante llena de posibilidades infinitas.

Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta.

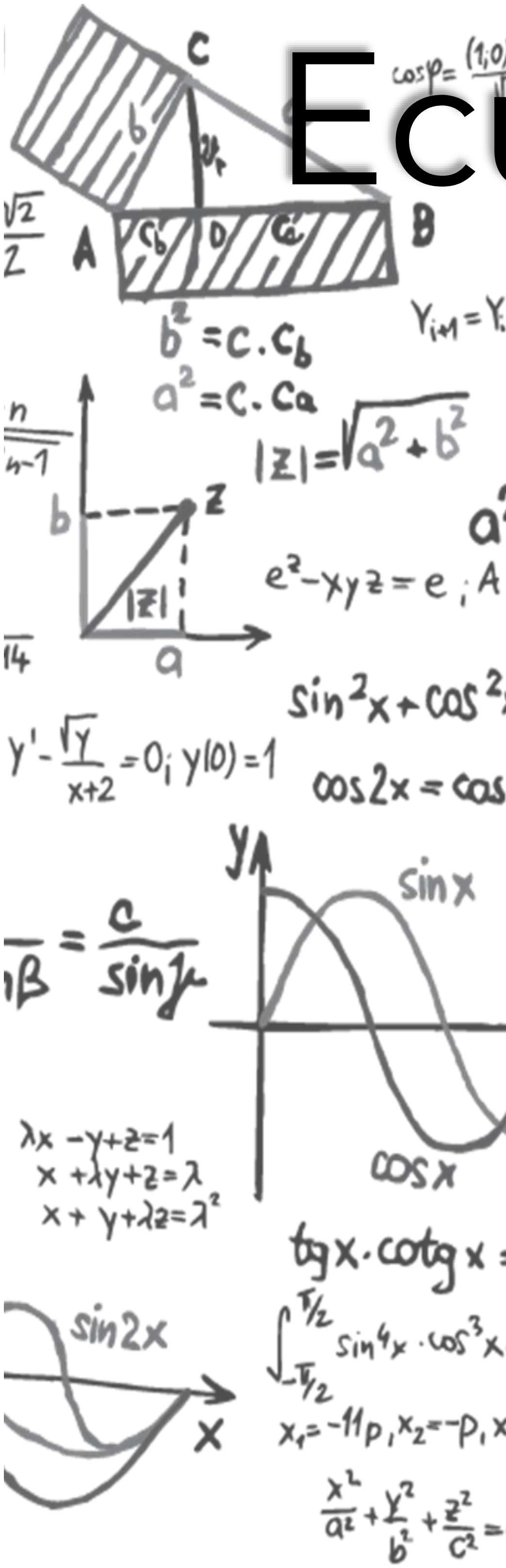
Anais Valdez

Mayo 2024

Contenido

avm

avm



Ecuaciones

Módulo1

Propósito

Proporcionar a los educandos una comprensión sólida y fundamental de las ecuaciones, su estructura, y los métodos para resolverlas. A lo largo de este módulo, los educandos:

1.- Conocerán las partes esenciales de una ecuación.

2.-Aprenderán a resolver ecuaciones lineales de primer grado.

3.-Explorarán sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

4.-Desarrollarán la capacidad de resolver sistemas de ecuaciones mediante el método gráfico.

5.-Analizarán estrategias para la resolución de sistemas de ecuaciones.

7.-Comprenderán las ecuaciones de segundo grado o cuadráticas.

avm

Módulo 1. Las ecuaciones

Una **ecuación** es una **igualdad** entre **dos expresiones.**

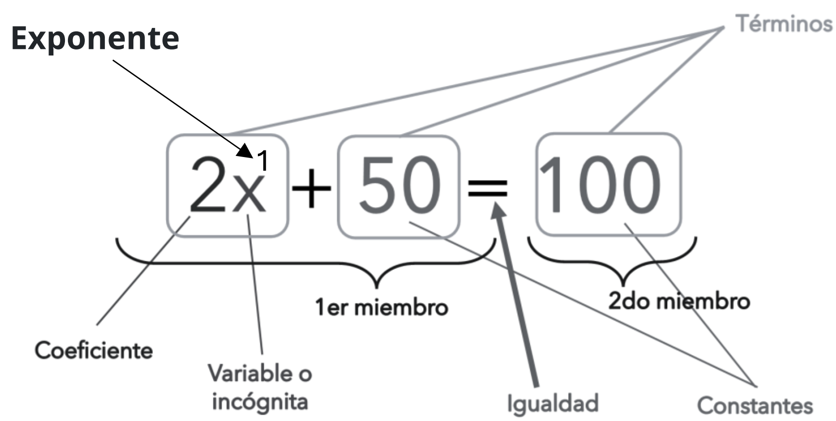
Cualquier expresión algebraica que no tenga un signo igual (=), **no es una ecuación.**

Esto quiere decir:

$$2x+1 = 5$$

Esta parte *vale lo mismo que* **esta otra parte**

Tema 1. Partes de una ecuación



Miembros: son las expresiones que aparecen a cada lado del signo igual (=)

$\boxed{2x + 11} = \boxed{x - 3}$

Miembros

Términos: son los **monomios** de cada miembro.

Términos

$2x + 11 = x - 3$

Recordemos:

- ✓ Un monomio tiene **un** solo término. *Ejemplo:* $2x$; $-5mn^2$; $9x^2yz^3$
- ✓ Un binomio tiene **dos** términos. *Ejemplo:* $2x + 3$; $a-b$; $x^2 - 1$
- ✓ Un polinomio tiene **tres o más** términos (un monomio y un binomio son también tipos de polinomios). *Ejemplo:* $3x^2 + 2xy - 5y^2$; $4^{a2}b^2 - 20^{a3}b^2 - 36a^3$

Incógnitas: Son las letras que aparecen en la ecuación.

$6\mathbf{x} - 3 = 2\mathbf{y} - 1$

Incógnitas

avm

Grado de la ecuación: es el mayor exponente con que figura la incógnita (una vez realizadas todas las operaciones).	$2\mathbf{x}^1 + 11 = \mathbf{x} - 3$ Ecuación de **primer grado (**x^1**)** $3\mathbf{x}^2 + 8 = 2x - 3$ Ecuación de **segundo grado (**x^2**)**
Exponente: se refiere al número que indica cuántas veces se multiplica una base por sí misma.	En la expresión a^b**:** • ***a*** es la base • ***b*** es el exponente El exponente indica el número de veces que la base se multiplica por sí misma. Ejemplo: ✓ 2^3 significa 2×2×2, que es 8. ✓ 5^2 significa 5×5, que es 25.
Coeficientes para mostrar cuántas veces la variable o la cantidad aparece en la expresión.	**Coeficientes** $\mathbf{2}x + \mathbf{3}y$

avm

Tema 2. Ecuación lineal o de primer grado

Una **ecuación de primer grado** es una igualdad matemática **con una o más incógnitas.**

Dichas incógnitas deben ser despejadas o resueltas para encontrar el valor numérico de la igualdad.

Las ecuaciones de primer grado **reciben este nombre porque sus variables (incógnitas) están elevadas a la primera potencia (x^1)**, que suele representarse solo con una **x**.

Del mismo modo, **el grado de la ecuación indica el número de soluciones posibles**. Por lo tanto, una ecuación de primer grado (también llamada ecuación lineal) solo tiene una solución.

Su forma general es: $ax + b = 0$

- a y b son constantes,
- x es la variable.

Nota:

*Cuando decimos que vamos a resolver una ecuación nos referimos a que vamos a encontrar **cuánto vale la incógnita.***

Subtema 2.1 Principios algebraicos para hacer despejes.

Al resolver ecuaciones algebraicas, es esencial tener en cuenta tanto las operaciones inversas como los cambios en los signos al desplazar términos de un lado a otro de la igualdad (=). Las operaciones inversas son:

- ✓ Para desplazar un término *multiplicado*, se divide.
- ✓ Para desplazar un término *dividido*, se multiplica.
- ✓ Para desplazar un término *elevado a una potencia*, se toma la raíz correspondiente.
- ✓ Para desplazar un término bajo *una raíz*, se eleva a la potencia correspondiente.

avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Además, es importante recordar que, al pasar un término de un lado al otro de la igualdad, su signo cambia.

- ✓ Si el término es **positivo en un lado**, se convierte en negativo al pasar al otro lado de la igualdad
- ✓ Si el término es negativo en un lado, **se convierte en positivo** al pasar al otro lado de la igualdad.

También es importante aplicar la **“Ley de los Signos para la multiplicación y la división”**

La ley de los signos para la multiplicación y la división de números es una regla fundamental en matemáticas que nos permite determinar el signo *del resultado basado en los signos de los números involucrados*.

A continuación, se muestra la Ley de los signos:

Para la multiplicación es:

Positivo × Positivo = Positivo

- *Ejemplo:* **3** × **4** = **12** (Si un número no tiene escrito ningún signo, por default es positivo; en este caso el **3** y **4** son positivos, siguiendo la ley de los signos el resultado es **12 positivo**)

Negativo × Negativo = Positivo

- *Ejemplo:* (**−**3) × (**−**4) = 12 (Siguiendo la ley de los signos el resultado es **12 positivo**, no se escribe el signo (+) por que siempre se interpreta que es positivo)

Positivo × Negativo = Negativo

- *Ejemplo:* **3**× (**−**4) = **−12** (Si un número no tiene escrito ningún signo, por default es positivo; en este caso el **3** es positivo, siguiendo la ley el resultado es **12 negativo**)

Negativo × Positivo = Negativo

- Ejemplo: (**−3**) × **4** = **−12** (Si un número no tiene escrito ningún signo, por default es positivo; en este caso el **4** es positivo, siguiendo la ley el resultado es **12 negativo**)

avm

Para la división, se aplican las mismas reglas que en la multiplicación, por consiguiente:

Positivo ÷ Positivo = Positivo

- Ejemplo: **12** ÷ **3** = **4**

Negativo ÷ Negativo = Positivo

- Ejemplo: (−12) ÷ (−3) = 4

Positivo ÷ Negativo = Negativo

- Ejemplo: 12 ÷ (−3) = −4

Negativo ÷ Positivo = Negativo

- Ejemplo: (−12) ÷ 3 = −4

Por lo tanto, la Ley de los Signos se aplica igual para multiplicación y división:

Multiplicación:

$$(+) \times (+) = +$$
$$(-) \times (-) = +$$
$$(+) \times (-) = -$$
$$(-) \times (+) = -$$

División:

$$(+) \div (+) = +$$
$$(-) \div (-) = +$$
$$(+) \div (-) = -$$
$$(-) \div (+) = -$$

Recuerda que:

*Si un número **no tiene ningún signo escrito delante**, se asume que **es positivo**. Por ejemplo, si ves el número '5' escrito sin ningún signo, se entiende automáticamente como positivo.*

avm

GLOSARIO

Igualdad:
Definición: Una declaración matemática que afirma que dos expresiones son iguales, representada por el signo "=".
Ejemplo: 3+2=5

Ecuación:
Definición: Una igualdad que contiene una o más incógnitas (variables) que deben ser determinadas.
Ejemplo: x+3=7

Ecuación de primer grado:
Definición: Una ecuación en la que la variable (o variables) está elevada solo a la potencia de uno (x^1).
Ejemplo: 2x + 5 = 9.

Ecuación lineal:
Definición: Un tipo de ecuación de primer grado que puede representarse gráficamente como una línea recta en un plano cartesiano.
Ejemplo: y = 3x + 2y.

Despejar:
Definición: El proceso de aislar la variable de interés en un lado de la ecuación para encontrar su valor.
Ejemplo: En 2x + 5 = 9, despejar *x* implica resolver para *x*; por lo tanto, *x*=2.

Sustituir:
Definición: Reemplazar una variable con su valor conocido o con otra expresión.
Ejemplo: En y = 3*x* + 2*y*, si *x*=1, sustituir *x* da *y = 3 (1) + 2 = 5*.

Ley de los signos:
Definición: Reglas que determinan el signo del resultado cuando se multiplican o dividen números positivos y negativos.
Ejemplo: (+) × (+) = (+), (-) × (-) = (+), (+) × (-) = (-).

*Estos conceptos están ordenados de lo más general a lo más específico.

avm

Subtema 2.2 Pasos para resolver ecuaciones lineales con una incógnita.

$$4x + 3 = 21 - 2x$$

1. Agrupar los términos con X hacia el primer miembro y los que no llevan X al segundo miembro. Es importante recordar que cuando un término pasa al otro lado de la igualdad, su signo cambia (si es positivo pasa a ser negativo y viceversa).

$$4x + 2x = 21 - 3$$

2. Se realizan las operaciones respectivas en cada miembro de la ecuación. En este caso, corresponde una suma en uno de los miembros y una resta en el otro, lo que da como resultado:

$$6x = 18$$

3.-Se despeja la X, pasando el término que tiene adelante al otro lado de la ecuación, con signo opuesto. En este caso, el término está multiplicando, así que ahora pasa a dividir.

$$x = \frac{18}{6}$$

4.-Se resuelve la operación para conocer el valor de **X.**

$$\mathbf{x = 3}$$

Entonces, *la resolución de la ecuación de primer grado quedaría de la siguiente manera:*

Ecuación	$4x + 3 = 21 - 2x$
Paso 1.	$4x + 2x = 21 - 3$
Paso 2.	$6x = 18$
Paso 3.	$x = \frac{18}{6}$
Resultado	$\mathbf{x = 3}$

Comprobación

Sustituimos el valor de **x** que es **3** en la ecuación original:

$$4x + 3 = 21 - 2x$$

Se multiplica ← $4(\mathbf{3}) + 3 = 21 - 2\,(\mathbf{3})$ → **Se multiplica**

$$12 + 3 = 21 - 6$$

$$12 = 12$$

☑

avm

Subtema 2.3 Ejemplos prácticos

Ejemplo 1

x + 5 = 15

x = 15 – 5

x = 10

x=10

Comprobación

x + 5 = 15

(**10**) + 5 = 15

15 = 15

Ejemplo 2

4x = 36

$x = \frac{36}{4}$

x= 9

Comprobación

4x = 36

4(**9**) = 36

36 = 36

Ejemplo 3

$\mathbf{\frac{x}{7} = 4}$

x= 4(7)

x= 28

Comprobación

$\mathbf{\frac{x}{7} = 4}$

28/7 = 4

4=4

Ejemplo 4

x + 1 = 10x + 10

x – 10x = 10 – 1

-9x = 9

x= 9/-9

x= -1

Comprobación

x + 1 = 10x + 10

(**-1**) + 1 = 10 (**-1**) + 10

0= -10 + 10

0=0

Ejemplo 5

10x – 5 + 3x – 6 = 10x + 10

13x – 11 = 10x + 10

13x – 10x = 10 + 11

3x = 21

x= 21/3

x= 7

Comprobación

10x – 5 + 3x – 6 = 10x + 10

10x – 5 + 3x – 6 = 10x + 10

10(**7**) – 5 + 3(**7**) – 6 = 10 (**7**) + 10

70 -5 + 21 -6 = 70 +10

80=80

avm

Tema 3. Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un sistema de ecuaciones *2 x 2* es un conjunto de **dos ecuaciones** que comparten **dos incógnitas**; que resultan de una situación problemática que se busca resolver.

Un sistema de **dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** es aquel que tiene las **mismas dos literales** en **ambas ecuaciones**

En las ecuaciones lineales todas sus literales tienen como ***exponente el 1****.*

Para que se hable de un sistema de **ecuaciones con dos incógnitas**, se deben tener las **mismas dos incógnitas en ambas ecuaciones** y el sistema debe compartir un valor para cada literal que las resuelve.

Nota:

En otras palabras, **una incógnita** no puede denotarse con **x** en una ecuación y con **a** en la otra: **deben tener las mismas literales en las dos ecuaciones.**

Dar solución a un sistema de ecuaciones consiste en **encontrar los valores** de ***x*** y de ***y*** que dan solución a todas las ecuaciones que lo componen.

Recuerda que:

Cuando **una literal está elevada** a la **primera potencia**, es decir, **no tiene ningún exponente escrito**, se entiende que **el exponente es 1**. Por lo tanto, no es necesario escribir el 1 explícitamente.

Por ejemplo, si tenemos la expresión '**x**', se sobreentiende que '**x**' está elevada a la primera potencia sin necesidad de escribir 'x^1'.

avm

Subtema 3.1 Método de suma y resta

Este método consiste en **sumar algebraicamente** todos los **términos comunes**, es decir, todas las ***x*** con las ***x***, todas las ***y*** con las ***y*** y todos los **términos independientes entre sí**.

Se realiza la **multiplicación de una ecuación** por un numero con el fin de **eliminar alguna de las dos incógnitas** y tener como resultado **solo una ecuación con una incógnita.**

Subtema 3.2 Pasos para resolver sistema de ecuaciones lineales por el método de suma y resta.

Siempre se debe colocar las ecuaciones una debajo de la otra.

$$3x - 2y = -9$$
$$-4x + y = 7$$

Paso 1. Identificar a cada ecuación con un número.

$3x - 2y = -9$ Ecuación **(1)**
$-4x + y = 7$ Ecuación **(2)**

Paso 2. Se identifica cual de las dos incógnitas x o y conviene eliminar.

En este caso se elige eliminar la incógnita ***y***, ya que tiene signos contrarios en las ecuaciones menos (-) y mas (+)

Por lo tanto, para eliminar ***y*** se deberá multiplicar por 2 la ecuación **(2)**

$3x - 2y = -9$ Ecuación **(1)**
$-4x + y = 7$ Ecuación **(2)**

Paso 3. Multiplicar una de las 2 ecuaciones por un número que haga que uno de los términos de las ecuaciones sea el mismo, pero con signo contrario.

En este caso la ecuación **(2)** se multiplica por **2 positivo (2+)** para eliminar la incógnita de ***y***.

El **2** multiplica a toda la ecuación.
$-4x + y = 7$

El 2 se multiplica por cada elemento de la ecuación y se aplica **la ley de los signos:**
(+) (+) = (+)
(-) (-) = (+)
(+) (-) = (-)
(-) (+) = (-)

$2(-4x + y = 7)$ Ecuación **(2)**
$-8x + 2y = 14$ Ecuación **(3)**

avm

Obtendremos una nueva ecuación que llamaremos ecuación **(3)**

Paso 4. Se suman las ecuaciones (1) y **(3) y solo quedará una incógnita**
En este caso la incógnita que queda será ***X*.**

$$\begin{array}{rl} 3x - 2y = -9 & \text{Ecuación } \mathbf{(1)} \\ + \quad -8x + 2y = 14 & \text{Ecuación } \mathbf{(3)} \\ \hline \mathbf{-5x + 0 = 5} & \end{array}$$

Paso 5. Despejar la incógnita del resultado de la suma.

Despejamos **x** de la ecuación **-5x + 0 = 5**

El **-5** está multiplicando a la **x**; por lo tanto, dejamos a la **x** sola y el **-5** lo pasamos del otro lado de la igualdad con la operación contraria de la multiplicación que es la división.

$$-5x + 0 = 5$$

$$-5x = 5$$

$$x = \frac{5}{-5}$$

$$\boldsymbol{X = -1}$$

Despejar una incógnita significa reordenar la ecuación para que esa incógnita quede sola en un lado de la ecuación.

Con este paso obtuvimos el valor de **X** que es **-1**.

Paso 6. Sustituir el valor de *X* en la ecuación (1) y despejar *Y* para conocer su valor.

3x – 2y = -9 Ecuación **(1)**

$$3(\mathbf{-1}) - 2y = -9$$

$$\mathbf{-3} - 2y = -9$$

Multiplicamos **3** por **-1** y obtenemos **-3**

$$-2y = -9 \mathbf{+ 3}$$

Agrupamos términos y pasamos el **-3** del otro lado de la igualdad con signo contrario como **+3**

$$\mathbf{-2}y = -6$$

$$y = \frac{-6}{-2}$$

Después despejamos ***y*** y el **-2** que está multiplicando a la ***y*** pasando dividiendo del otro lado de la igualdad, pero con el mismo signo.

Sustituir significa reemplazar una incógnita con un número.

$$\boldsymbol{y = 3}$$

Después de la realizar la división obtenemos el valor de ***y*=3**

avm

Los resultados son *x=-1* y *y=3*

Paso 7. Comprobar si los valores de *X* y de *Y* resuelven el sistema de ecuaciones. Los valores obtenidos de las incógnitas se sustituyen en las ecuaciones originales (1) y (2).

Comprobar ambos lados de la ecuación:

- Si son **iguales**, la **solución es correcta**. ☑
- Si no son iguales, la solución no es correcta. ⃠

Ecuación (1)

$3x - 2y = -9$

Sustituimos los valores obtenidos de **x=-1** y de **y=3** en la ecuación (1).

$3(\mathbf{-1}) - 2(\mathbf{3}) = -9$

$-3 - 6 = -9$

$-9 = -9$

☑

Ecuación (2)

$-4x + y = 7$

Sustituimos los valores obtenidos de **x=-1** y de **y=3** en la ecuación (2)

$-4\,(\mathbf{-1}) + (\mathbf{3}) = 7$

$4+3 = 7$

$7=7$

☑

Recuerda que:

Es crucial prestar atención a los signos en una ecuación, ya que determinan la validez del resultado final.

avm

Subtema 3.3 Ejemplo práctico

Siguiendo los pasos anteriores, resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones.

$$4x + 3y = 27$$
$$-2x + y = -1$$

Paso 1. Identificar a cada ecuación con un número.

$$4x + 3y = 27 \text{ Ecuación (1)}$$
$$-2x + y = -1 \text{ Ecuación (2)}$$

Paso 2. Identificar cual de las dos incógnitas ***x*** o ***y*** conviene eliminar.

En este caso eliminaremos ***y*** multiplicando la ecuación (2) por (**-3**)

$$-2x \mathbf{+ y} = -1 \qquad \text{Ecuación (2)}$$

Paso 3. Multiplicar una de las 2 ecuaciones por un número que haga que uno de los términos de las ecuaciones sea el mismo, pero con signo contrario.
Recuerda aplicar la ley de los signos.
En este paso obtenemos una nueva ecuación, denominada **ecuación (3)**

El **–3** multiplica a toda la ecuación.
$-2x \mathbf{+ y} = -1$

$$\mathbf{-3}\,(-2x \mathbf{+ y} = -1) \qquad \text{Ecuación (2)}$$
$$6x \mathbf{-3y} = 3 \qquad \textbf{Ecuación (3)}$$

Paso 4. Se suman las ecuaciones **(1)** y **(3)** y solo quedará una incógnita

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 27 \\ + \quad 6x \ \mathbf{-3y} = 3 \\ \hline 10x + 0 = 30 \end{array}$$

Paso 5. Despejar la incógnita del resultado de la suma.

$$10x + 0 = 30$$
$$10x = 30$$
$$x = \frac{30}{\mathbf{10}}$$
$$\boldsymbol{x = 3}$$

avm

Paso 6. Sustituir el valor de ***X*** en la ecuación **(1)** y despejar ***Y*** para conocer su valor.
En este caso *x=3*

$$4x + 3y = 27 \qquad \text{Ecuación (1)}$$

$$4(\mathbf{3}) + 3y = 27$$

$$12 + 3y = 27$$

$$3y = 27 - 12$$

$$3y = 15$$

$$y = \frac{15}{\mathbf{3}}$$

y= 5

Los resultados son *x=3* y *y=5*

Paso 7. Comprobar.

Ecuación (1)	**Ecuación (2)**
$4x + 3y = 27$	$-2x + y = -1$
Sustituimos los valores obtenidos de **x=3** y de **y=5** en la ecuación (1).	Sustituimos los valores obtenidos de **x=3** y de **y=5** en la ecuación (2).
$4x + 3y = 27$	$-2x + y = -1$
$4(\mathbf{3}) + 3(\mathbf{5}) = 27$	$-2(\mathbf{3}) + (\mathbf{5}) = -1$
$12 + 15 = 27$	$-6 + 5 = -1$
$27 = 27$	$-1 = -1$
☑	☑

avm

Subtema 3.4 Aplicación a problemas de la vida cotidiana

Cuando se enfrenta a un problema del mundo real, sigue estos pasos:

Paso 1: Entender el Problema
Lee el problema cuidadosamente y determina qué se está pidiendo.

Paso 2: Definir las Variables
Identifica y define las variables involucradas.

Paso 3: Formular la Ecuación
Traduce el problema del lenguaje común a una ecuación matemática.

Paso 4: Resolver la Ecuación
Usa los pasos mencionados anteriormente para resolver la ecuación.

Paso 5: Interpretar la Solución
Vuelve a interpretar la solución matemática en el contexto del problema original.

Pongamos en práctica lo aprendido con el siguiente problema.

Problema 1
Ana quiere comprar lápices y bolígrafos. Los lápices cuestan $0.50 cada uno y los bolígrafos $1.00 cada uno. Si gastó $5.00 y compra un total de 8 artículos, ¿Cuántos lápices y bolígrafos compró?

$\mathbf{x}$: número de **lápices.**
y: número de **bolígrafos.**

El costo total de los lápices y bolígrafos es $5.00.

$$0.50x+1.00y=5.00$$

El número total de artículos es 8.

$$x+y=8$$

Ahora, tenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$0.50x+1.00y=5.00$ Ecuación **(1)**
$x+y=8$ Ecuación **(2)**

avm

Multiplicamos la segunda ecuación (2) por -0.50 para eliminar *x*. Obtendremos la ecuación (3).

El **–0.50** multiplica a toda la ecuación x+y=8

-0.50(x+y=8) Ecuación **(2)**
-0.50x - 0.50y = -4 Ecuación **(3)**

Ahora, sumamos las ecuaciones **(1)** y **(3)**

Al sumar 0.50x menos 0.50x obtenemos como resultado 0

$$\begin{array}{r} 0.50x+1.00y=5.00 \\ -0.50x-0.50y=-4 \\ \hline 0 \quad +0.50y=1 \end{array}$$

Ecuación **(1)**
Ecuación **(3)**

Por la tanto, el resultado de la suma es

$$0.50y = 1$$

Despejamos ***y***

$$y = \frac{1}{0.50}$$

y=2

Sustituir ***y*** en la segunda ecuación.

x+y=8 Ecuación **(2)**

x +2 = 8

Despejamos ***x***

x +2 = 8

x= 8-2

x= 6

Los resultados son *x=6* y *y=2*

Recuerda que:
Sumar un número positivo con su equivalente (mismo número) negativo (o viceversa) siempre da cero porque los efectos de ambos se cancelan entre sí.
Matemáticamente, para cualquier número *a*, siempre a+(−*a*) = 0.
Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} + \quad 0.50x \\ -0.50x \\ \hline 0 \end{array}$$

avm

Comprobamos

Ecuación (1)

0.50x+1.00y=5.00
Sustituimos los valores obtenidos de **x=6** y de **y=2** en la ecuación (1).

0.50x+1.00y=5.00

0.50 (**6**) +1.00 (**2**) = 5.00

3 +2 = 5

5 = 5

☑

Ecuación (2)

x+y=8
Sustituimos los valores obtenidos de **x=6** y de **y=2** en la ecuación (2).

x+y=8

6 + **2** = 8

8 = 8

☑

Esto confirma que los valores son correctos.

Resultado

Ana compró 6 lápices y 2 bolígrafos.

avm

Subtema 3.5 Método de sustitución

Existe una segunda forma de resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, que se llama ***método de sustitución***.

Consiste en resolver una de las ecuaciones para una de las variables y luego sustituir esa expresión en la otra ecuación.

Subtema 3.6 Pasos para resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de suma y resta.

Siempre se debe colocar las ecuaciones una debajo de la otra.

$$3x - 2y = -9$$
$$-4x + y = 7$$

Paso 1. Identificar a cada ecuación con un número.

$3x - 2y = -9$ Ecuación **(1)**
$-4x + y = 7$ Ecuación **(2)**

Paso 2. Se elige una ecuación, de la cual se despeja una de las incógnitas.

En este caso, se despejará ***y*** de la Ecuación **(2)**

Se deja sola la ***y*** y se pasa para el otro lado de la igualdad el termino (**-4x**) con signo contrario, como **+4x**

$-4x + y = 7$ Ecuación **(2)**

$y= 7+ 4x$ Ecuación **(3)**

A esta nueva ecuación **y= 7+ 4x** se le llamará ecuación **(3)**

Paso 3. Se sustituye el valor de *y* que se despejó en la ecuación (3), por la *y* de la ecuación (1).
A esta nueva ecuación se le llamará **ecuación (4)**

$3x - 2y = -9$ Ecuación **(1)**
$y= 7+ 4x$ Ecuación **(3)**

Se sustituye el espacio de ***y*** por la ecuación **(3)**

Sustituir

$3x - 2y = -9$ Ecuación **(1)**
$3x -2\,(\mathbf{7+4x}) = -9$ Ecuación **(4)**

avm

Paso 4. Despejar la incógnita de la ecuación (4).

En este caso es ***X***, por lo tanto, conoceremos el valor de ***X.***

El **–2** multiplica a toda la ecuación: 7+4x

3x -2 (**7+4x**) = -9 Ecuación **(4)**

3x -14 -8x = -9

3x -8x = -9+14

-5x = 5

$$x = \frac{5}{-5}$$

x= -1

Despejar una incógnita significa reordenar la ecuación para que esa incógnita quede sola en un lado de la ecuación.

Paso 5. Sustituir el valor de *x* en la ecuación (3) para obtener el valor de *y*.
En este caso el valor de x es -1.

y= 7+ 4x Ecuación **(3)**

y = 7 + 4 (-1)

y= 7 - 4

y= 3

Los resultados son *x=-1* y *y=3*

Paso 7. Comprobar si los valores de *X* y de *Y* resuelven el sistema de ecuaciones. Los valores obtenidos de las incógnitas se sustituyen en las ecuaciones originales (1) y (2).

Ecuación (1)

3x – 2y = -9

Sustituimos los valores obtenidos de **x=-1** y de **y=3** sustituimos en la ecuación 1.

3(**-1**) – 2(**3**) = -9

-3 – 6 = -9

-9 = -9

☑

Ecuación (2)

-4x + y = 7

Sustituimos los valores obtenidos de **x=-1** y de **y=3** sustituimos en la ecuación 2.

-4 (**-1**) + (**3**) =7

4+3 = 7

7=7

☑

avm

Subtema 3.7 Ejemplo práctico

Encuentra las soluciones al sistema de ecuaciones usando el método de sustitución:

$x+2y=10$ Ecuación (1)
$2x-y=5$ Ecuación (2)

- Resolviendo la primera ecuación para x, tenemos:

$x+2y=10$ Ecuación (1)
$x= 10 -2y$ Ecuación (3)

- Sustituir el valor de x que se despejó en la ecuación (3), por la x de la ecuación (2)

$2x-y=5$ Ecuación (1)
$2(10-2y) - y =5$ Ecuación (4)

- Despejar la incógnita de la ecuación (4) en este caso es la incógnita *y*.

$2(10-2y) - y =5$ Ecuación (4)

$20 - 4y - y = 5$

$-4y - y = 5 - 20$

$-5y = -15$

$$y = \frac{-15}{-5}$$

y= 3

avm

- Sustituyendo el valor y=3 en la primera ecuación, tenemos:

$x+2y=10$ Ecuación (1)

x +2 (3) =10

x + 6 = 10

x = 10 – 4

x= 4

- Comprobación

Ecuación (1)

***x*+2*y*=10**

Sustituimos los valores obtenidos de **x=4** y de **y=3** en la ecuación (1).

4+2(3*)* =10

4 + 6 = 10

10 = 10

☑

Ecuación (2)

2*x*−*y*=5

Sustituimos los valores obtenidos de **x=4** y de **y=3** en la ecuación (2).

2(4) – 3 = 5

8 -3 = 5

5=5

☑

avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Subtema 3.8 Aplicación a problemas de la vida cotidiana

Pongamos en práctica lo aprendido con el siguiente problema.

Problema 1.
Laura fue a comprar artículos de papelería. Compró 5 cuadernos y 3 plumas, pagando en total \$150.00. Tres meses después, compró 2 cuadernos y 4 plumas, pagando en total \$88.00. Si los precios no cambiaron entre las dos compras, ¿cuánto le costó cada cuaderno y cuánto cada pluma?

- Definimos las variables

c: el precio de un cuaderno.
p: el precio de una pluma.

- Escribimos las ecuaciones basadas en las compras

Primera compra: 5 cuadernos + 3 plumas = \$150.00
Segunda compra: 2 cuadernos + 4 plumas = \$88.00

- Escribimos nuestro sistema de ecuaciones

$5c + 3p = 150$ Ecuación (1)
$2c + 4p = 88$ Ecuación (2)

- Elegimos una ecuación para despejar una variable.

En este caso elegiremos ***c*** de la segunda ecuación

$2c + 4p = 88$ Ecuación (2)

$$c = \frac{88 - 4p}{2}$$

$c = 44 - 2p$ Ecuación (3)

- Sustituimos ***c*** de la ecuación (3) en la ecuación (1)

$5c + 3p = 150$ Ecuación (1)
$5(44 - 2p) + 3p = 150$
$220 - 10p + 3p = 150$ Ecuación (4)

avm

- Despejamos la incógnita de la ecuación (4)
  En este caso es ***p***

$$220 - 10p + 3p = 150 \qquad \text{Ecuación (4)}$$

$$-10p + 3p = 150 - 220$$

$$-7p = -70$$

$$p = \frac{-70}{-7}$$

p = 10

- Sustituir el valor de ***p*** en la ecuación (3)

$$c = 44 - 2p \qquad \text{Ecuación (3)}$$

$$c = 44 - 2p$$

$$c = 44 - 2(10)$$

$$c = 44 - 20$$

c = 24

Solución:
El precio de un cuaderno es $24.00 y el precio de una pluma es $10.00.

Comprobación

Ecuación (1)

5c + 3p = 150

Sustituimos los valores obtenidos de **p=10** y de **c=24** en la ecuación (1).

5c + 3p = 150

$5(24) + 3(10) = 150$

$120 + 30 = 150$

$150 = 150$

☑

Ecuación (2)

2c + 4p = 88

Sustituimos los valores obtenidos de **p=10** y de **c=24** en la ecuación (2).

2c + 4p = 88

$2(24) + 4(10) = 88$

$48 + 40 = 88$

$88 = 88$

☑

avm

Tema 4. Método gráfico

El **método gráfico** consiste en **representar las gráficas** asociadas a las ecuaciones del sistema, la solución es el **punto de intersección** de las gráficas.

Subtema 4.1 Pasos para resolver sistema de ecuaciones lineales por el método gráfico.

Pasos	Ecuación (1)	Ecuación (2)
Paso 1 Se despeja la **y** de las ecuaciones del sistema. A las ecuaciones resultantes se les conoce como **ecuaciones de las rectas. (Ec. (3) y (4)**	**2x + y = 3** Despejamos ***y*** y= 3 - 2x **Ec. (3)**	**x + y = 1** Despejamos ***y*** y = 1 – x **Ec. (4)**
Paso 2 Se asignan **valores arbitrarios** (se eligen de manera libre o aleatoria) a ***x*** en cada ecuación y se calcula el valor de ***y***. *Con estos valores se conocen las coordenadas de un punto de cada ecuación.*	Se asigno un valor a ***x*** Si ***x* = - 5** Sustituimos el valor de ***x*** en la **Ec. (3)** y= 3 - 2x **Ec. (3)** y= 3 - 2(-5) y= 3 +10 y= 13 Las coordenadas “x” y “y” para este punto son: **X Y** **(-5, 13)**	Se asigno un valor a ***x*** Si ***x* = - 5** Sustituimos el valor de ***x*** en la **Ec. (4)** y= 1 - x **Ec. (4)** y= 1 - (-5) y= 1 + 5 y= 6 Las coordenadas “x” y “y” para este punto son: **X Y** **(-5, 6)**
Paso 3 Se asignan otros valores arbitrarios a ***x*** en cada ecuación y se calcula el valor de ***y***. *Con estos valores se conocen las coordenadas de otro punto de cada ecuación.*	Se asigno un valor a ***x*** Si ***x* = 7** Sustituimos el valor de ***x*** en la **Ec. (3)** y= 3 - 2x **Ec. (3)** y= 3 - 2(7) y= 3 -14 y= -11 Las coordenadas “x” y “y” para este punto son: **X Y** **(7, -11)**	Se asigno un valor a ***x*** Si ***x* = 7** Sustituimos el valor de ***x*** en la **Ec. (4)** y= 1 - x **Ec. (4)** y= 1 - (7) y= 1 - 7 y= - 6 Las coordenadas “x” y “y” para este punto son: **X Y** **(7, -6)**

avm

Paso 4 Se localizan las coordenadas del punto donde las dos rectas se cruzan.
Las coordenadas a graficar son los valores de "x" y "y" que se obtuvieron a partir del paso 2.

y= 3 - 2x Ecuación **(3)**

Coordenadas a graficar:

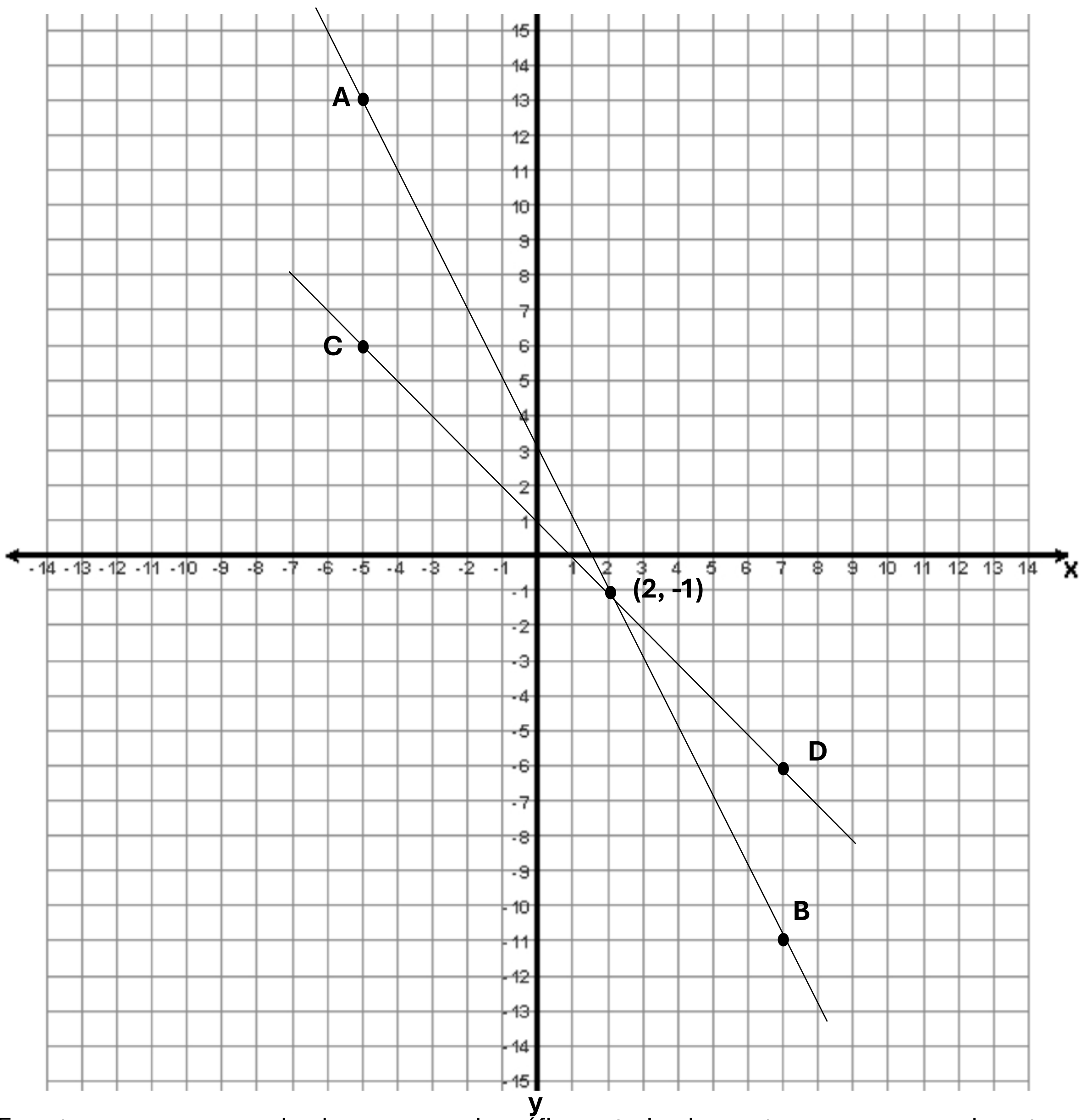
	x	**y**
A	-5	13
B	7	-11

y= 1 - x Ecuación **(4)**

Coordenadas a graficar:

	x	**y**
C	-5	6
D	7	-6

Siempre empezamos a graficar por el eje de las ***x*** y después por el eje de las ***y***



En este caso, como puede observarse en la gráfica anterior, las rectas se cruzan en el punto cuyas coordenadas son **(2, -1)**; *x, y*; respectivamente.

Subtema 4.2 Reglas básicas del uso de los signos en los sistemas de ecuaciones

Suma y Resta de Términos	Suma: Mismo signo, se suman los valores	Ejemplo: 5 + 3 = 8 − 5 – 3 = − 8
	Resta: Cambia el signo del término que restas y luego sumas.	Ejemplo: 5 – 3 = 2 5 − (−3) = 5+3 = 8
Multiplicación y División de Términos:	Multiplicación y división ○ Mismo signo, resultado positivo. ○ Signos opuestos, resultado negativo.	Ejemplo: 5×3 = 15 (mismo signo, positivo) −5×−3=15 (mismo signo, positivo) Ejemplo: 5 × −3 = −15 −5 × 3 = −15 (signos opuestos, negativo) Ejemplo: 6/2=3 −6/−2=3 (mismo signo, positivo) Ejemplo: $6 / -2 = -3$ $-6 / 2 = -3$ (signos opuestos, negativo)
Cambio de signo al mover términos:	Mover un término de un lado de la ecuación al otro cambia su signo.	Ejemplo: x−3=7 se convierte en x=7+3
Distribución de Signos:	Al distribuir, multiplica cada término dentro del paréntesis por el término de fuera.	Ejemplo: 3(x−4) = 3x−12
	Distribuyendo un signo negativo cambia los signos dentro del paréntesis.	Ejemplo: −2(x+5) =−2x−10

avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Tema 5. Estrategias en la resolución de sistemas de ecuaciones

Subtema 5.1 ¿Cuándo despejó (y) o cuando sustituyo (x)?

Contexto del problema

A veces, la receta te dice cuánta harina necesitas si sabes cuántos huevos hay, y otras veces te dice cuántos huevos necesitas si sabes cuánta harina tienes. Dependiendo de lo que ya tengas en tu cocina (harina o huevos), podrías usar la receta de manera diferente.

Adaptar la estrategia

En matemáticas, las ecuaciones son como estas recetas. Podemos "resolver" una ecuación para una variable (como huevos) o para otra variable (como harina) dependiendo de lo que queremos saber. Lo importante es entender qué información ya tenemos y qué estamos tratando de encontrar.

Ejemplo concreto

Caso 1: Tienes los huevos y quieres saber cuánta harina necesitas.

- Usas la receta para despejar la cantidad de harina.

Caso 2: Tienes la harina y quieres saber cuántos huevos necesitas.

- Usas la misma receta, pero de manera diferente para despejar la cantidad de huevos.

Elegir la estrategia adecuada

Entonces, dependiendo del problema específico (qué ingredientes tienes y qué quieres saber), puedes elegir cómo usar la receta (o la ecuación) para encontrar la respuesta que necesitas.

Lo importante es entender el contexto del problema (qué sabes y qué quieres saber) y elegir la estrategia que te ayuda a resolverlo de la manera más sencilla.

avm

Subtema 5.2 Explorando opciones más allá de *"x"* y *"y"*

En matemáticas, las letras como "x" y "y" son simplemente símbolos que representan cantidades desconocidas. *No hay una regla estricta que dicte que siempre debemos usar "x" o "y".* Podemos usar cualquier letra que nos resulte conveniente y que nos ayude a entender y resolver el problema de manera efectiva.

Por ejemplo

- Si estás resolviendo un problema de física que implica distancia y tiempo, podrías usar "d" para la distancia y "t" para el tiempo.

- Si estás resolviendo un problema de economía que involucra el precio y la cantidad de productos, podrías usar "p" para el precio y "q" para la cantidad.

Las variables en los sistemas de ecuaciones *representan cantidades desconocidas* y pueden ser representadas por cualquier letra que te *resulte conveniente para resolver el problema de manera efectiva*. Lo importante es comprender el contexto del problema y elegir las variables de manera que te ayuden a encontrar la solución de la manera más clara y eficiente posible

Subtema 5.3 Factores a considerar al despejar variables en sistemas de ecuaciones

La elección de qué variable despejar y de qué ecuación hacerlo puede depender de varios factores. Aquí tienes algunas sugerencias para ayudarte a tomar esa decisión:

- **Simplicidad:** A menudo, es más fácil despejar la variable que tiene coeficientes *más pequeños* o que aparece en menos términos en una ecuación. Esto puede hacer que el proceso de sustitución sea más sencillo.

- **Consistencia:** Si ya has comenzado a despejar una variable en una ecuación, puede ser más conveniente continuar con esa variable en lugar de cambiar a otra.

- **Equilibrio:** A veces, es útil elegir despejar la variable que te permitirá eliminar una variable en la siguiente etapa del proceso de resolución.

  Por ejemplo, si una de las ecuaciones tiene coeficientes pequeños de una variable y grandes de la otra, puede ser útil despejar la variable con coeficientes pequeños para simplificar el proceso.

avm

Glosario

Términos semejantes:

Definición: En una expresión algebraica, términos que tienen las mismas variables elevadas a las mismas potencias.

- Ejemplo: En la expresión $3x + 2y - x$; $\mathbf{3x}$ y $\mathbf{-x}$ son términos semejantes.

Punto de intersección:

Definición: El punto común en el plano cartesiano donde se cruzan dos gráficas, indicando valores de las variables que satisfacen ambas ecuaciones simultáneamente.

- Ejemplo: El punto (2,3) es un punto de intersección para las ecuaciones $y = x + 1$ y $y = 2x - 1$.

Gráfico:

Definición: Una representación visual de una función o relación matemática en un plano cartesiano.

- Ejemplo: El gráfico de la función $y=x^2$ es una parábola.

Método gráfico:

Definición: Un método para resolver un sistema de ecuaciones representando gráficamente las ecuaciones y encontrando sus puntos de intersección.

- Ejemplo: Resolver el siguiente sistema utilizando el método gráfico.

$$2x + y = 4$$
$$x - y = 1$$

Sistema de ecuaciones:

Definición: Un conjunto de dos o más ecuaciones que comparten las mismas variables y deben ser resueltas simultáneamente.

- Ejemplo:

$$2x+y=4$$
$$x-y=1$$

Es un sistema de ecuaciones lineales.

Valor arbitrario:

Definición: Un número que se elige libremente para representar una cantidad desconocida o para realizar una manipulación matemática.

- Ejemplo: Al resolver un sistema de ecuaciones, se pueden asignar valores arbitrarios a las variables para encontrar una solución.

*Estos conceptos están ordenados de lo más general a lo más específico.

avm

Tema 6. Ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas.

Una **ecuación** de **segundo grado** es aquella en la que la **incógnita** osea **x** aparece al menos una vez elevada al **cuadrado.**

Por ejemplo: $ax^2 + bx + c = 0$ <u>*La incógnita esta elevada al cuadrado*</u>

Subtema 6.1 Partes de una ecuación cuadrática

Formula completa

(la letra **b** siempre estará acompañada de **x** que no está elevada a ninguna potencia)
Termino lineal

$$\mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c} = 0$$

Termino cuadrático
(la letra **a** siempre estará acompañada de **x²**, lo que significa que "x" siempre estará elevada al cuadro, osea con exponente 2).

Termino independiente
(la letra **c** siempre estará sola, es decir, no estará acompañada de ninguna literal).

avm

Subtema 6.2 Formas en que se representa una ecuación cuadrática

Forma	Definición	Ejemplo
Forma completa de *una ecuación cuadrática*.	$\mathbf{ax^2+ bx + c = 0}$ Tiene tres monomios: $\mathbf{a}x^2+ \mathbf{b}x + \mathbf{c} = 0$ La ***a*** es el <u>*coeficiente de la **x***</u> La ***b*** es el <u>*coeficiente* de la ***x*** lineal</u> (la variable elevada al exponente 1) La ***c*** es el llamado <u>*término independiente*</u> (porque no acompaña a ninguna variable).	Ecuación $\mathbf{X^2 + x - 1 = 0}$ Cuando el coeficiente es el número 1, no se escribe. Por lo tanto, los valores de *a*, *b*, y *c* Todos los coeficientes son el número 1, solo que en *c* es negativo. $(1)\mathbf{x^2} + (1)\,\mathbf{x - 1 = 0}$ a=1 b=1 c=**-**1 *Siempre se toma en cuenta el signo que acompaña a cada coeficiente.*
Forma de la ecuación cuadrática *sin el término independiente*.	La segunda forma de una ecuación cuadrática es cuando no tiene el término independiente: $\mathbf{ax^2+ bx = 0}$	$\mathbf{-3x^2+ 6x = 0}$ En este caso, los valores de a, b y c son: *a*= -3 *b*= -6 c= 0 No hay termino independiente.
Forma de ecuación cuadrática *sin término lineal*	La tercera forma en que se puede presentar una ecuación cuadrática es cuando no tiene la variable lineal (la que está elevada al exponente 1): $\mathbf{ax^2+ c = 0}$	$\mathbf{10x^2 - 8 = 0}$ En este caso, los valores de a, b y c son: *a*= 10 *b*= 0 *c*= -8

avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Subtema 6.3 Igualar a cero una ecuación cuadrática

Pasos a seguir

Paso 1. Identificar qué tipo de forma es la ecuación

$$3x^2 = 6x + 9$$

Es de la forma: $\mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c} = 0$; por lo tanto, obtendremos los valores de ***a***, ***b*** y ***c***.

Paso 2. Identificar los signos positivos (+) y negativos (-) de la ecuación.

$$3x^2 = 6x \mathbf{+} 9$$

Esta ecuación solo tiene signos positivos. Recuerda que, si un coeficiente no tiene ningún escrito, significa que por default es positivo.

Paso 3. Igualar la ecuación a cero.

$$3x^2 = 6x + 9$$

Por lo tanto, hay que pasar el binomio **6x + 9** al lado izquierdo de la ecuación. Para lograrlo debemos cambiar los signos, en este caso, positivos por negativos.

$$3x^2 \quad \mathbf{=} \underbrace{6x + 9}$$

Binomio se pasa del otro lado de la igualdad con signos contrarios; en este caso de positivos a negativos.

Por lo tanto, la ecuación igualada a cero queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{3x^2 - 6x - 9 = 0}$$

Paso 4. Identificar los valores de ***a***, ***b*** y ***c***. En este caso:

$$\mathbf{3x^2 - 6x - 9 = 0}$$

a=3 b= -6 c=-9

avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Subtema 6.4 Fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas

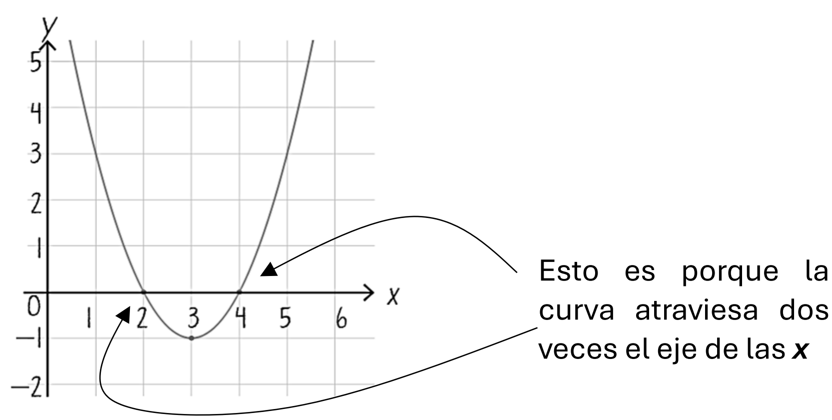
“Conocer las diferentes formas en las que se presentan las ecuaciones cuadráticas te prepara para el siguiente paso: aprender a resolverlas”

Existe un método común para resolver cualquier ecuación cuadrática, en cualquiera de sus formas. Este método se conoce como la **fórmula general**. Es una fórmula específica que nos permite encontrar las soluciones de la ecuación cuadrática de manera directa, que es la siguiente.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Toda ecuación cuadrática tiene dos posibles soluciones. Se nota en su signo de mas (+) y menos (-).

La grafica que se obtiene en el plano cartesiano es una curva.



Por tal motivo, a la primera solución se le identifica con ***X*** y se utiliza el signo **más (+)** para calcularla a partir de la fórmula:

$$X_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Mientras que a la segunda solución se le identifica con ***X₂*** y se utiliza el signo **menos (-)** para calcularla a partir de la fórmula:

$$X_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Subtema 6.5 Resolución de ecuaciones cuadráticas con la fórmula general

Tenemos la ecuación:

$$3x^2 = 6x + 9$$

Paso 1. Igualarla a cero (Revisar subtema 6.3)

$$3x^2 - 6x - 9 = 0$$

Paso 2. Se identifican los valores de **a, b** y **c**. En este caso:

a=3 **b**= -6 **c**=-9

Paso 3. Aplicar la fórmula general con los valores de a, b y c.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Se sustituyen los valores de: a=3 b= -6 c=-9

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{6^2 - 4(3)(-9)}}{2a}$$

Recuerda sustituir los valores de **a, b** y **c** con todo y sus **signos originales**

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - (12)(-9)}}{6}$$

Primero se multiplica **(4)** por el valor de ***a*** y se multiplica (***2)*** *por el valor de* ***a***.

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + (108)}}{6}$$

Después se saca la potencia de **b²** y se multiplica el resultado de **4a** por **c**.

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{6}$$

Ya se realizaron las operaciones de potencia y multiplicación.

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{6}$$

A continuación, se suman los resultados de **b²** y de **4ac**

$$x = \frac{6 \pm 12}{6}$$

Se obtiene la raíz cuadrada.

avm

Paso 4. Se toma primero el **signo positivo** para hacer la operación:

$$X_1 = \frac{6+12}{6}$$

$$X_1 = \frac{18}{6}$$

$$X_1 = 3$$

Paso 5. Se vuelven a realizar las operaciones, pero ahora con **signo negativo**:

$$X_2 = \frac{6-12}{6}$$

$$X_2 = \frac{-6}{6}$$

$$X_2 = -1$$

Por lo tanto, las soluciones de la ecuación $3x^2 - 6x - 9 = 0$ son:

$X_1 = 3$ y **$X_2 = -1$**

Paso 6. Comprobar

Para $X_1 = 3$

$3x^2 = 6x + 9$
Sustituimos el valor de X en la ecuación original.

$3x^2 = 6x + 9$

$3(\mathbf{3})^2 = 6(\mathbf{3}) + 9$

$3\,(9) = 6(\mathbf{3}) + 9$

$27 = 18 + 9$

$27 = 27$

☑

Para $X_2 = -1$

$3x^2 = 6x + 9$
Sustituimos el valor de X en la ecuación original.

$3x^2 = 6x + 9$

$3(\mathbf{-1})^2 = 6(\mathbf{-1}) + 9$

$3 = -6 + 9$

$3 = 3$

☑

Triángulos

Módulo 2

Propósito

Proporcionar una comprensión sólida de los conceptos fundamentales relacionados con los ángulos, rectas y, especialmente, los triángulos.

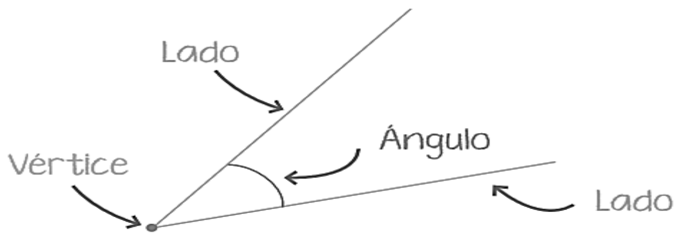
A lo largo del módulo, los educandos explorarán diversos temas que les permitirán clasificar y comprender las propiedades de los ángulos, las rectas y los triángulos, así como aplicar teoremas importantes como el Teorema de Tales de Mileto y el Teorema de Pitágoras.

avm

Módulo 2. Triángulos

Tema 1. Ángulos

Angulo es el _espacio entre dos rectas unidas por un punto_. A este punto se le conoce como **vértice del ángulo**.

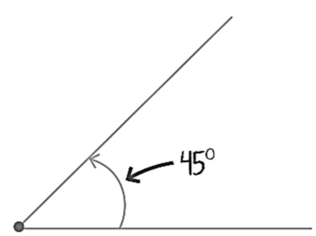
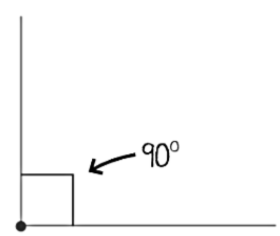


Para medir ángulos usualmente se utiliza un transportador.

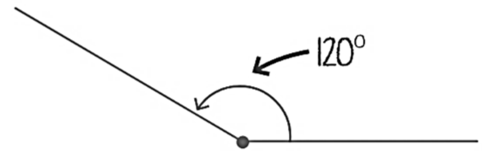
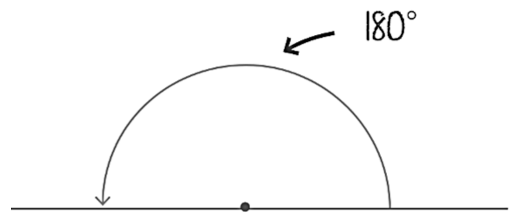
- Un ángulo completo mide 360°, es decir, una vuelta completa o círculo.
- Medio círculo mide 180° de amplitud.
- La cuarta parte de un círculo mide 90°.

Subtema 1.1 Clasificación de los ángulos

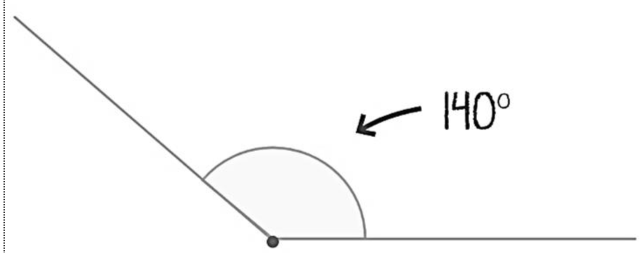
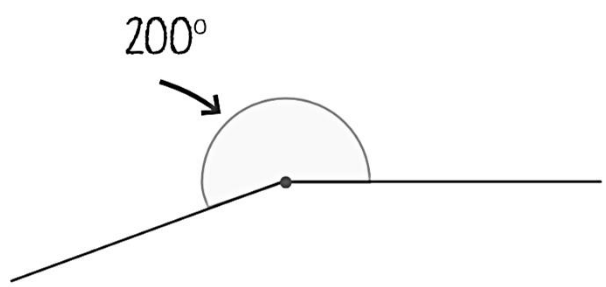
Existen diferentes tipos de ángulos, en función de sus medidas pueden ser:

Ángulo	Características	Representación
Agudo	Es aquel que mide **más de 0°** y **menos de 90°**.	
Recto	Es aquel que mide exactamente **90°**.	

avm

<table>
<tr><td>Obtuso</td><td>Es aquel que mide más de 90° y menos de 180°.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Llano</td><td>Es el que mide 180°.</td><td>
</td></tr>
</table>

El ángulo llano es la referencia para determinar otros dos tipos de ángulos: el convexo y el cóncavo:

<table>
<tr><td>Convexo</td><td>Mide menos de 180°; es decir, es menor que un ángulo llano.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Cóncavo</td><td>Mide más de 180°.</td><td>
</td></tr>
</table>

Tema 2. Rectas

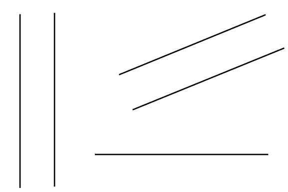
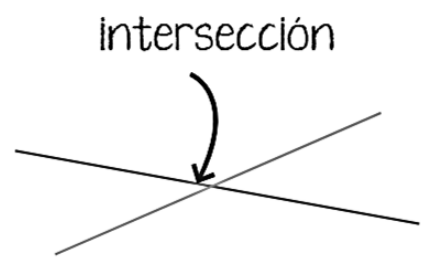
Es una línea recta que *no tiene ninguna curvatura* y **no tiene principio ni fin** porque se extiende hasta el infinito.

Una línea recta mantiene **constante su inclinación**, a la cual también se le conoce con el **nombre de pendiente**.

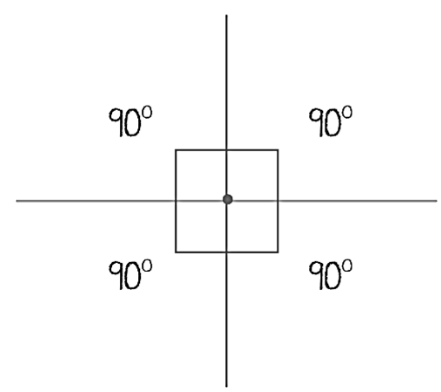
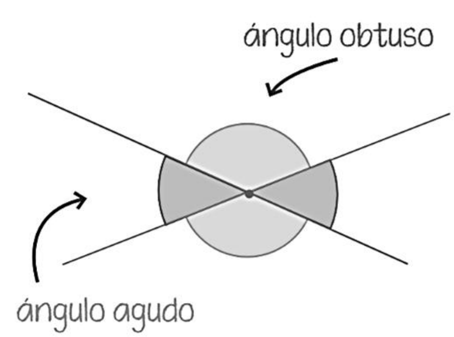
avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Subtema 2.1 Clasificación de las rectas.

Recta	Definición	Representación
Paralelas	Son aquellas que están en el mismo plano, pero **nunca se intersectan**, es decir, nunca se cruzan entre sí, por más que se prolonguen.	
Secantes	Son aquellas que, al prolongarse lo suficiente, se cruzan, intersectan o cortan entre sí.	

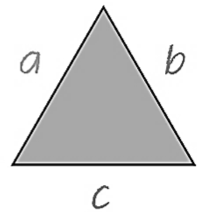
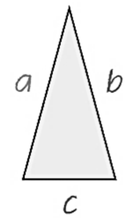
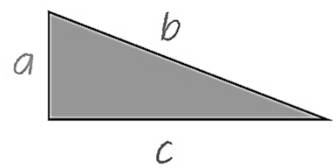
Existen dos tipos de re**ctas secantes**: las **perpendiculares** y las **oblicuas**

Perpendiculares	Son aquellas que, al cruzarse, forman ángulos de **90º** entre sí.	
Oblicuas:	Son aquellas que, al cruzarse, forman dos ángulos agudos iguales y dos ángulos obtusos iguales. Los ángulos iguales son opuestos.	

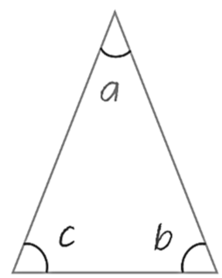
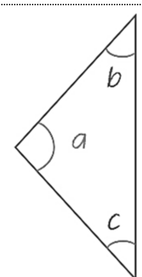
avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Tema 3. Clasificación de los triángulos

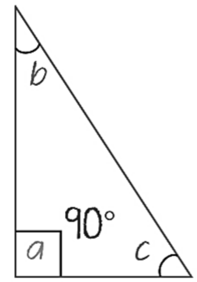
Triángulo	Definición	Representación
Equilátero	Es aquel cuyos tres lados miden lo mismo. a = b = c	
Isósceles	Tiene dos lados iguales y uno desigual. a = b ≠ c	
Escaleno	Tiene los tres lados desiguales. a ≠ b ≠ c	

Los triángulos también se pueden clasificar de acuerdo con las medidas de sus ángulos:

Acutángulo	Tiene todos sus ángulos agudos. Ángulos a, b y c menores de 90°	
Obtusángulo	Tiene un ángulo obtuso. Ángulo a mayor de 90°	

avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

Rectángulo	Tiene un ángulo recto. Ángulo a 90°	

Tema 4. Triángulos semejantes

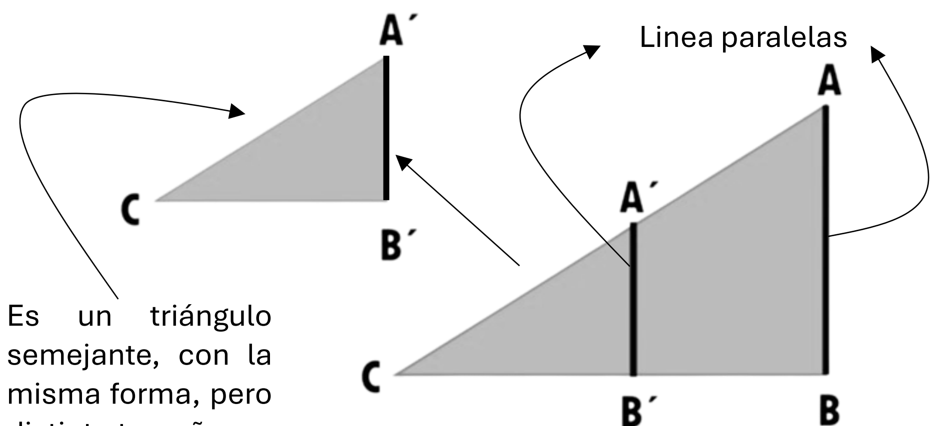
Los triángulos semejantes tienen:

- Misma forma.
- Ángulos iguales.
- Lados proporcionales.

Subtema 4.1 Teorema de Tales de Mileto

El teorema de Tales se considera el teorema fundamental de la **semejanza de triángulos** y establece lo siguiente:

Teorema de Tales de Mileto.
“Si en un triángulo se traza una linea paralela a cualquiera de sus lados se obtiene un triángulo que es semejante al triangulo dado”



Por lo tanto, el lado AB y A’B’ son lados paralelos.

avm

Tema 5. Teorema de Pitágoras

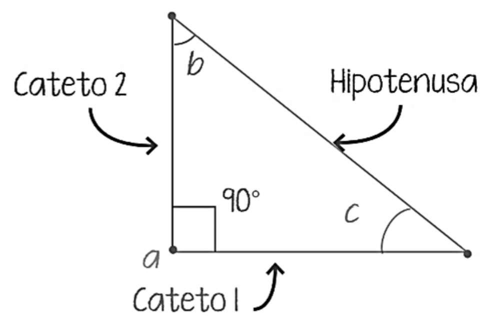
El Teorema de Pitágoras es un principio fundamental en la geometría que se aplica a los **triángulos rectángulos** (aquellos que tienen un ángulo de 90 grados). El teorema establece que:

"En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa (h) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados**"**

Matemáticamente el teorema de Pitágoras se expresa como:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

La **hipotenusa es el lado más largo del triángulo** y está opuesto al ángulo recto. *Los otros dos lados se conocen como catetos.*



Subtema 5.1 Aspectos que se derivan del teorema de Pitágoras:

Si en un triángulo rectángulo llamamos ***c*** a la ***hipotenusa*** y ***a*** y ***b*** a cada uno de los ***catetos***, entonces:

a) Como: $c^2 = a^2 + b^2$	entonces,	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ Fórmula para encontrar la *hipotenusa (c)*
b) Como: $c^2 = a^2 + b^2$	al despejar *a*,	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$ Fórmula para encontrar el *cateto a*
c) Como: $c^2 = a^2 + b^2$	al despejar *b*,	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ Fórmula para encontrar el *cateto b*

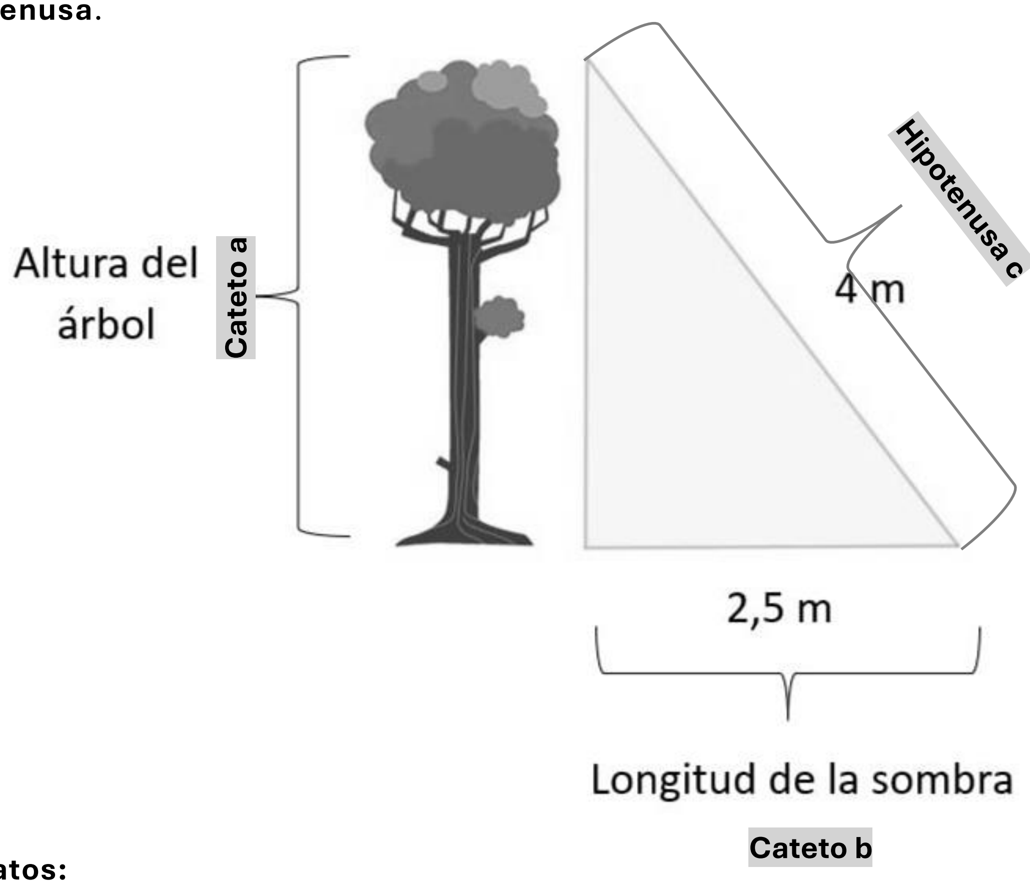
avm

Subtema 5.2 Ejemplos prácticos

Problema 1.

Queremos medir la altura de un árbol. A cierta hora del día, notamos que la sombra del árbol en el suelo mide 2.5 metros. Además, medimos la distancia desde la punta del árbol hasta el final de la sombra en el suelo, y esa distancia es de 4 metros. ¿Cuál es la altura aproximada del árbol?

La **altura del árbol** y la **longitud de la sombra** son los **catetos** del triángulo rectángulo y la **distancia entre el punto más alto del árbol y la sombra** sería la **hipotenusa**.



Datos:

- **a** es la altura del árbol. **(Cateto a) Desconocemos ese valor**
- **b** es la longitud de la sombra. **(Cateto b) 2.5 metros**
- **c** es la distancia desde la punta del árbol hasta el final de la sombra. **(Hipotenusa) 4 metros**

avm

Entonces apliquemos la *derivación de la fórmula del teorema de Pitágoras*.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

c= hipotenusa; a=cateto; b= cateto
al despejar a, obtenemos:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Sustituimos valores

$$a = \sqrt{4^2 - 2.5^2}$$

$$a = \sqrt{(4)(4) - (2.5)\,(2.5)}$$

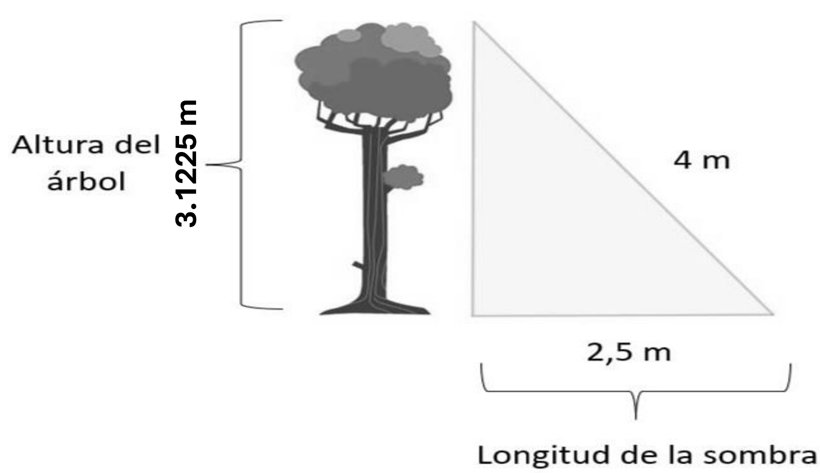
$$a = \sqrt{16 - 6.25}$$

$$a = \sqrt{9.75}$$

$$a = 3.1225$$

Esto quiere decir:

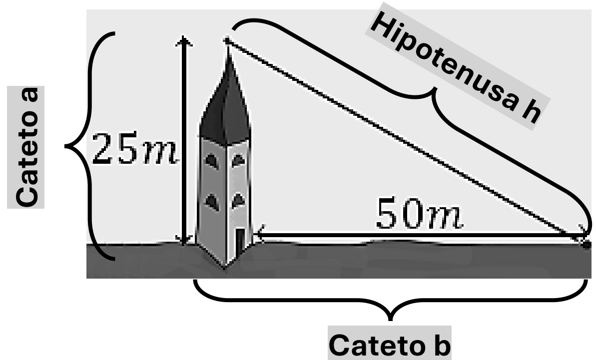
Que la altura del árbol es de 3.1225 metros



avm

Problema 2

Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 metros altura hasta un punto situado a 50 metros de la base la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?



Calculamos la longitud del cable (es la hipotenusa h) que en la formula se le conoce como *c*.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Sustituimos los valores en la formula:

$$c^2 = 25^2 + 50^2$$

$$c^2 = 625 + 2500$$

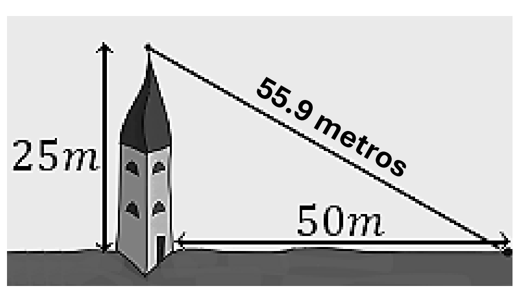
$$c^2 = 3125$$

Para despejar c^2 se realiza la operación contraria que raíz cuadrada.

$$c = \sqrt{3125}$$

$$c = 55.90$$

El cable debe medir aproximadamente 55.9 metros.

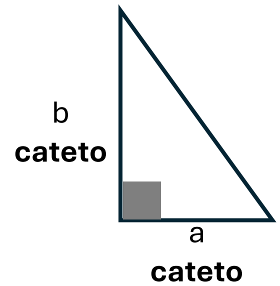


avm

GLOSARIO

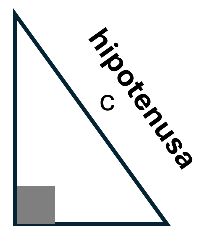
Catetos:
Definición: Los dos lados más cortos de un triángulo rectángulo, que forman el ángulo recto.

- Ejemplo: En un triángulo con ángulo recto, los lados a y b son los catetos.



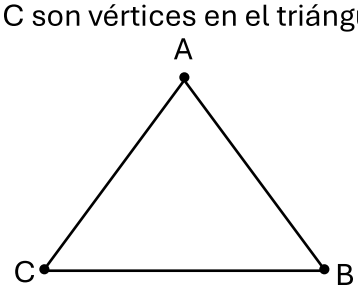
Hipotenusa:
<u>Definición:</u> El lado más largo de un triángulo rectángulo, opuesto al ángulo recto.

- Ejemplo: En un triángulo con ángulo recto, el lado c es la hipotenusa.



Vértice:
<u>Definición:</u> Un punto en el que convergen dos lados de un triángulo.

- Ejemplo: Los puntos A, B y C son vértices en el triángulo ABC.



Semejanza de triángulos:
<u>Definición:</u> Dos triángulos son semejantes si tienen los mismos ángulos internos y sus lados correspondientes son proporcionales.

avm

Teorema:

Definición: Una afirmación matemática que puede demostrarse como verdadera utilizando razonamiento lógico y pruebas.

- Ejemplo: *El teorema de Pitágoras* establece que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.

Raíz cuadrada:

Definición: La operación inversa de elevar un número al cuadrado. Encuentra el número cuyo cuadrado es igual al número dado.

- Ejemplo: La raíz cuadrada de 9 es 3, ya que $3^2=9$

Derivaciones de una fórmula:

Definición: El proceso de encontrar expresiones alternativas o modificadas de una fórmula original mediante manipulaciones algebraicas o geométricas.

- Ejemplo: Derivar la fórmula del área de un triángulo para adaptarla a diferentes contextos o situaciones específicas.

*Estos conceptos están ordenados de lo más general a lo más específico.

avm

Probabilidad

Módulo 3

Propósito

Introducir a los educandos en los conceptos fundamentales de la probabilidad, abarcando tanto la probabilidad clásica como la frecuencial. Proporcionando a los educandos las herramientas necesarias para calcular y entender las probabilidades en distintos contextos, utilizando fórmulas específicas y aplicando estos conceptos en prácticas reales.

avm

Módulo 3. Probabilidad

La probabilidad es una medida en fracción o porcentaje que tiene un evento de ocurrir.

Esta probabilidad puede expresarse como el **cociente o división entre la cantidad de casos favorables** y **el número de casos posibles**.

Tema 1 Probabilidad clásica y frecuencial

La probabilidad clásica
Trabaja con datos ya obtenidos de los experimentos, es decir, ya se sabe cuán probable es que ocurra un evento. **Se basa en la teoría**

L**a probabilidad frecuencial**
Se quiere saber qué tan probable es que ocurra un evento realizando el experimento. **Se basa en la práctica**

Subtema 1.1 Formula

$$P(S) = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{N}}$$

Donde:

S es la cantidad de casos favorables o veces en que se da el suceso.

N es el número de veces que se repite el experimento.

Se lee: “La probabilidad de que ocurra un suceso es igual a la cantidad de veces (S) que se da dicho suceso entre el número de veces que se hace el experimento (N)”

avm

Subtema 1.2 Práctica de probabilidad frecuencial

Experimentos
- ✓ **Moneda**: qué tan probable es que caiga águila al lanzar la moneda.
- ✓ **Dado:** qué tan probable es que caiga el número 3 al lanzar el dado.

Posibles resultados:
- ✓ Moneda: cara o águila
- ✓ Dado: 1, 2, 3, 4, 5, 6

Ejemplo 1

Moneda	
Águila	Cara
IIII	IIII

Se repitió 8 veces (4 +4)

Así se registran los datos de un experimento de probabilidad frecuencial, pero falta **cuantificar** la probabilidad con un número.

Se sustituye los valores para el caso de la moneda en la formula:

$$P(S) = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{N}}$$

En la tabla que las veces que cayó águila fueron **4**, entonces **S = 4**;

Por otra parte, **N = 8** porque, como se observa al sumar los resultados de las dos columnas de la tabla, el experimento se repitió 8 veces.

$$P(S) = \frac{4}{8}$$

Entonces la probabilidad de sacar águila al lanzar una moneda es de 0.5 o del 50%.

avm

Ejemplo 2

Dado	
3	Cualquier otro caso
II	𝍸 𝍸

Se repitió 12 veces (2 + 10)

En la tabla se registró que cayó en el número 3 un total de 2 veces, y en cualquier otro lado del dado cayó 10 veces.
Entonces **S = 2** y **N = 12**.

Se sustituyen los valores en la fórmula y se realizan las operaciones

$$P(S) = \frac{2}{12}$$

$$P(S) = 0.16$$

La probabilidad de sacar 3 al lanzar un dado es de 1/ 6 o de 0.16, o bien del 16%, pues las tres cantidades indican lo mismo.

avm

Formativa

Módulo 4

Propósito

Consolidar y reforzar los conceptos fundamentales que has cubierto en la guía de aprendizaje.

A través de la resolución de problemas que pongan en práctica esos conceptos; fomentando el pensamiento crítico y el razonamiento matemático.

Módulo 4. Formativa

1.- ¿Cuál de los siguientes ejemplos representa una ecuación lineal?

a) $3x^2 + 2 = 8$
b) $2x + 5 = 10$
c) $1/x + 3 = 7$
d) $4x^3 - 6x + 2 = 0$

2.- Juan tiene $50 en monedas de 10 y 5 pesos. Si tiene un total de 6 monedas, ¿cuál es el sistema de ecuaciones que representa esta situación?

a) $x + y = 50$; $x + y = 6$

b) $10x + 5y = 50$; $x + y = 6$

c) $10x - 5y = 50$, $x + 5y = 6$

d) $x - 10y = 6$; $10x + y = 50$

3.- Lanzamos una moneda 25 veces y obtenemos 13 caras y 12 cruces. ¿Cuál es la frecuencia de caras y cruces, respectivamente?

a) La frecuencia de cara es 13/25 y la frecuencia de cruz es 12/25

b) La frecuencia de cara es 12/25 y la frecuencia de cruz es 13/25

c) La frecuencia de cara es 1/2 y la frecuencia de cruz es 1/2

d) La frecuencia de cara es 13/12 y la frecuencia de cruz es 12/13

4.- Una escalera de 7 metros de longitud está recargada sobre la pared y se apoya en el suelo a 2 metros de distancia. ¿A qué altura de la pared llega la escalera? Encuentra la solución con el teorema de Pitágoras.

a) 6.70 metros
b) 6.32 metros
c) 7.28 metros
d) 6 metros

5.- Un ángulo ____________ mide menos de 90° y más de 0°.

a) Obtuso

b) Llano

c) Agudo

d) Recto

avm

6.- Se dispone de 300 m^2 de malla para cubrir una alberca. Si la alberca es rectangular y se desea que el largo sea de 8 metros más grande que el ancho, ¿cuál de las siguientes ecuaciones resuelve el problema?

a) $2x + 300 = 8$

b) $8 (2x + 8) = 300$

c) $x (x + 8) = 300$

d) $x^2 + 300 = 8$

7.- ¿Qué diferencia hay entre probabilidad clásica y probabilidad frecuencial?

a) La probabilidad clásica se aplica en experimentos continuos y la probabilidad frecuencial se aplica en experimentos que están basados en resultados anteriores.

b) La probabilidad clásica se basa en la práctica y la probabilidad frecuencial se basa en la teoría.

c) La probabilidad clásica se aplica solo en experimentos con un resultado y la probabilidad frecuencial se aplica en experimentos no comprobados

d) La probabilidad clásica se basa en la teoría y la probabilidad frecuencial se basa en la práctica.

8.-Identifica el valor de "x" de la siguiente ecuación: $3x + 2 = 11$.

a) 3

b) 5

c) 2

d) -1

9.- ¿Cuál es la fórmula de la probabilidad frecuencial?

a) R = (S)(P)

b) P = (S)(S)

c) P(S) = S/N

d) Probabilidad = (frecuencia1) (frecuencia2)

avm

10.- ¿Cuál de las siguientes ecuaciones; es una ecuación de primer grado o lineal?

a) $8x-y+2$

b) $2x^2-x-9=0$

c) 2cd+ 3ab = 21

d) $2x-10=3$

11.- ¿Cuál es la fórmula general del Teorema de Pitágoras?

a) $x = \pm \sqrt{}\ (b^2 + 4^2 + c^2)$

b) $c = 2a + b$

c) $h^2 = a^2 + b^2 + c^2$

b) $c^2 = a^2 + b^2$

12.- En un triángulo, uno de los ángulos mide 90°. Si otro ángulo mide 45°, ¿cómo se clasificaría este triángulo en términos de sus ángulos?

a) Acutángulo

b) Rectángulo

c) Obtusángulo

d) Ninguna de las anteriores

13.- En el siguiente sistema de ecuaciones:

$5x + y = 22$
$3x + y = 14$

¿Cuál es el valor de x y y?

a) x=2; y=2
b) x=4; y=3
c) x=4; y=2
d) x=2; y=4

avm

14.- En el siguiente sistema de ecuaciones

$5x + 2y = 41$
$7x + 6y = 67$

¿Cuál es el valor de x?

a)7
b)8
c)2
d)5

15.- Encierra en un círculo la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad c^2 = a^2 + b^2 \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$$

16.- ¿Cuál de las siguientes opciones describe correctamente una ecuación?

a) Una expresión matemática que solo incluye números.
b) Una igualdad matemática que contiene al menos una variable.
c) Una operación matemática que involucra dos o más números.
d) Una fórmula matemática sin variables.

avm

Respuestas

1.- ¿Cuál de los siguientes ejemplos representa una ecuación lineal?

La opción correcta es la b) *2x+5=10*.
Explicación

Esta ecuación es lineal porque tiene la forma ax + b= c, donde a=2, b=5 y c=10. La variable es *x*, y no hay términos con *x* al cuadrado o elevados a alguna potencia diferente de 1.

2.- Juan tiene $50 en monedas de 10 y 5 pesos. Si tiene un total de 6 monedas, ¿cuál es el sistema de ecuaciones que representa esta situación?

Esta es la respuesta correcta: b) 10x + 5y = 50; x + y = 6
Explicación

Para resolver este problema, primero necesitamos definir las variables. Sean ***x*** y ***y*** el número de monedas de 10 y 5 pesos, respectivamente. Como el total de monedas es 6, podemos establecer la primera ecuación:

$$x + y = 6$$

Luego, como el valor total de las monedas de 10 pesos es $50, podemos establecer la segunda ecuación multiplicando el número de monedas de 10 pesos por 10 y sumándolo al producto del número de monedas de 5 pesos por 5, y esto debe ser igual a $50:

$$10x + 5y = 50$$

Entonces, el sistema de ecuaciones que representa esta situación es:

$$x + y=6$$
$$10x+5y=50$$

avm

3.- Lanzamos una moneda 25 veces y obtenemos 13 caras y 12 cruces. ¿Cuál es la frecuencia de caras y cruces, respectivamente?

a) La frecuencia de cara es 13/25 y la frecuencia de cruz es 12/25

Explicación

Utilizamos la formula: $$P(S) = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{N}} = \frac{13}{25} caras$$

Donde: $$= \frac{12}{25} cruces$$

S= # de casos favorables
N= Total de casos

4.- Una escalera de 7 metros de longitud está recargada sobre la pared y se apoya en el suelo a 2 metros de distancia. ¿A qué altura de la pared llega la escalera? Encuentra la solución con el teorema de Pitágoras.

a) 6.70 metros es la respuesta correcta.
Explicación
Datos
Hipotenusa: 7 metros
Cateto b: 2 metros
Cateto a: Se desconoce

Utilizamos el teorema de Pitágoras; como en este caso ya tenemos el valor de la hipotenusa (c); utilizamos una de las derivaciones de la formula general del teorema de Pitágoras.

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$ Formula general del Teorema de Pitágoras

Sustituimos valores

$$a = \sqrt{7^2 - 2^2}$$

$$a = \sqrt{(7)(7) - (2)(2)}$$

$$a = \sqrt{49 - 4}$$

$$a = \sqrt{45}$$

$$\boldsymbol{a = 6.70}$$

avm

¡Confía en ti mism@ y sigue adelante, porque cada esfuerzo cuenta y te acerca a tu meta!

5.- Un ángulo ____________ mide menos de 90° y más de 0°.

c) Agudo es la respuesta correcta.

6.- Se dispone de 300 m² de malla para cubrir una alberca. Si la alberca es rectangular y se desea que el largo sea de 8 metros más grande que el ancho, ¿cuál de las siguientes ecuaciones resuelve el problema?

c) x (x + 8) = 300 es la respuesta correcta.

Explicación

Esta ecuación representa correctamente el área de la cancha, ya que multiplica la longitud (x) por el ancho (x+8) para obtener el área total. Por lo tanto, esta ecuación es correcta.

7.- ¿Qué diferencia hay entre probabilidad clásica y probabilidad frecuencial?

d) La probabilidad clásica se basa en la teoría y la probabilidad frecuencial se basa en la práctica.
Explicación

La probabilidad clásica
Trabaja con datos ya obtenidos de los experimentos, es decir, ya se sabe cuán probable es que ocurra un evento. Se basa en la teoría

La probabilidad frecuencial
Se quiere saber qué tan probable es que ocurra un evento realizando el experimento. Se basa en la práctica

8.-Identifica el valor de "x" de la siguiente ecuación: 3x + 2 = 11.

a) 3

Explicación

$$3x+2=11$$
$$3x=11-2$$
$$3x=9$$
$$X=9/3$$
$$\mathbf{X=3}$$

avm

9.- ¿Cuál es la fórmula de la probabilidad frecuencial?

c) P(S) = S/N es la respuesta correcta.

Explicación

$$P(S) = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{N}}$$

Donde:

S es la cantidad de casos favorables o veces en que se da el suceso.

N es el número de veces que se repite el experimento.

10.- ¿Cuál de las siguientes ecuaciones; es una ecuación de primer grado o lineal?

d) $2x-10=3$ es la respuesta correcta.

Explicación

Esta es una ecuación lineal, ya que la variable x está elevada a la potencia 1 y no hay términos con la variable elevada a una potencia mayor.

11.- ¿Cuál es la fórmula general del Teorema de Pitágoras?

b) $c^2 = a^2 + b^2$ es la respuesta correcta.

12.- En un triángulo, uno de los ángulos mide 90°. Si otro ángulo mide 45°, ¿cómo se clasificaría este triángulo en términos de sus ángulos?

b) Rectángulo es la respuesta correcta.

Explicación

Este tipo de triángulo se clasifica como "rectángulo" porque tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90°.

avm

13.-- En el siguiente sistema de ecuaciones:

$5x+y=22$
$3x+y=14$

¿Cuál es el valor de x y de y?

c) x=4; y=2 es la respuesta correcta.

14.- En el siguiente sistema de ecuaciones

$5x+2y=41$
$7x+6y=67$

¿Cuál es el valor de x?

a)7 es la respuesta correcta.

15.- Encierra en un círculo la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

16.- ¿Cuál de las siguientes opciones describe correctamente una ecuación?

La respuesta correcta es la opción b) "Una igualdad matemática que contiene al menos una variable".
Esto es porque una ecuación, por definición, implica una igualdad entre dos expresiones matemáticas y al menos una de ellas debe incluir una variable.

¡Felicidades, has llegado al final de esta guía de aprendizaje: pensamiento matemático 5!

Tu dedicación y esfuerzo te han llevado hasta aquí, y eso es algo de lo que debes estar muy orgulloso. Recuerda que el aprendizaje nunca termina, así que sigue explorando y desafiándote a ti mismo. ¡El mundo de las matemáticas está lleno de sorpresas y descubrimientos emocionantes! Sigue adelante con confianza y determinación. ¡Tú puedes lograr todo lo que te propongas!

Anais Valdez

avm